**PHÂN SỐ - PHÂN SỐ BẰNG NHAU**

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

**1.** Số có dạng  với a và b là những số nguyên,  gọi là phân số.

**2.** Số nguyên a có thể viết là .

**3.** Hai phân số  và  gọi là bằng nhau nếu 

**4.** Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân số thì ta được một phân số mới bằng phân số đã cho.

; .

**B. BÀI TẬP**

**DẠNG 1. VIẾT CÁC PHÂN SỐ**

1. Viết các phân số sau :

a) Năm phần bảy ;                                          b) Âm ba phần năm ;

c) Mười một phần mười lăm ;                       d) Mươi sáu phần ba.

1. Viết các phép chia sau dưới dạng phân *số :*

a) (-3) : 7;                              b) (-1) : (-8) ;

c) 0,5: 0,9;                            d) a chia cho 7 (a ∈  Z).

1. Vẽ hình và biểu diễn:

a)  của hình chữ nhật. b)  của hình vuông.

1. Viết các phân số:

a) Một phần tám. b) Mười một phần ba.

c) Âm hai phần chín. d) Ba mươi bảy phần năm.

a) Dùng cả hai số 3 và 4 viết thành phân số ( mỗi số chỉ được viết 1 lần).

b) Cũng câu hỏi như vậy với 0 và -7.

1. **.** Cho bốn số -7; 0; 5; 9. Hãy dùng hai trong bốn số này để viết thành phân số.
2. Dùng 2 trong 3 số sau 2, 3, 5 để viết thành phân số (tử số và mẫu số khác nhau)
3. Dùng hai trong ba số -4; 0; 7 để viết thành phân số.
4. Trong các cách viết sau, cách nào cho ta phân số: 
5. Một lớp học có 45 học sinh, trong đó có 22 học sinh nữ. Hỏi số học sinh nữ bằng mấy phần số học sinh nam?
6. Trong các phân số sau, phân số nào có giá trị bằng một số nguyên?



1. Cho phân số  với .

Phân số A bằng bao nhiêu nếu ; ; ?

1. Cho phân số 

a) Chứng tỏ rằng phân số M luôn tồn tại.

b) Tìm phân số M, biết ; ; .

**DẠNG 2: VIẾT CÁC SỐ NGUYÊN KẸP GIỮA HAI PHÂN SỐ (HAI SỐ)**

1. Tìm  biết:

 <5   <

1. Viết tập hợp các số nguyên x biết rằng :

a)  b)  c) 

1. Tìm số nguyên x lớn nhất sao cho :

a)  b) 

1. Tìm số nguyên x nhỏ nhất sao cho :

a)  b) 

1. Tìm số nguyên x lớn nhất sao cho:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) ; | b) ; | c) |

1. Tìm số nguyên x lớn nhất sao cho:

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |

1. Tìm số nguyên x nhỏ nhất sao cho:

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |

**DẠNG 3. TÌM ĐIỀU KIỆN THỎA MÃN PHÂN SỐ HOẶC ĐIỀU KIỆN ĐỂ PHÂN SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC**

1. Cho phân số .

a) Tìm điều kiện của số nguyên n để B là phân số.

b) Tìm các số nguyên n để phân số B có giá trị là số nguyên.

1. Số nguyên a phải có điều kiện gì để các phân số sau là số nguyên:

a)  b) 

1. Tìm số nguyên x để các phân số sau là số nguyên:

a)  b) 

1. Viết tập hợp A các số nguyên x, biết rằng:
2. Tìm các số nguyên x, y, z biết rằng: 
3. Tìm các số nguyên n sao cho các phân số sau có giá trị là số nguyên:

 

1. Tìm  biết  và 
2. Tìm số nguyên x, biết rằng  và 
3. Tìm các số tự nhiên n để các phân số sau là phân số tối giản:

a)  b)  c) 

1. Tìm các số tự nhiên n để phân số

a) Có giá trị là số tự nhiên,

b) Là phân số tối giản,

c) Với giá trị nào của n trong khoảng từ 150 đến 170 thì phân số A rút gọn được?

1. Cho  Tìm các giá trị của n để a là số nguyên tố.
2. Có tồn tại số tự nhiên n nào để hai phân số:  và  đồng thời là các số tự nhiên?

**DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN VỀ PHÂN SỐ BẰNG NHAU**

**Vận dụng** Hai phân số  và gọi là *bằng nhau*  nếu .

1. a) Trong cáccặp phân số sau, cặp nào bằng nhau?

|  |  |
| --- | --- |
| A.  và | B.  và |
| C.  và | D.  và |

b) Trong các cặp phân số sau, cặp nào bằng nhau?

|  |  |
| --- | --- |
| A.  và | B.  và |
| C.  và | D.  và |

1. Hãy lập các cặp phân số bằng nhau từ các đẳng thức :

a)  b)  c) 

1. Lập các cặp phân số bằng nhau từ các số sau : 
2. Lập các cặp phân số bằng nhau từ bốn số sau: 
3. Hãy viết các phân số sau thành một phân số bằng nó và có mẫu dương : 
4. Viết mỗi phân số sau đây thành phân số bằng nó và có mẫu dương:

 ;  ;  ;

1. Tìm số nguyên  , biết:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

1. Tìm số nguyên  , biết:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

1. Tìm số nguyên  , biết:

a)  b) 

c)  d) 

1. Tìm các số nguyên  , biết:

a)  và  b)  và  c)  và 

1. Tìm các số nguyên x, y biết:

a)  b) 

1. Tìm  biết :

a) ; b) 

1. Tìm phân số bằng phân số , biết tổng của tử và mẫu của phân số đó bằng 
2. Tìm các số nguyên x, y, z, t biết rằng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) | d) |

1. Tìm một phân số có tử nhỏ hơn mẫu nhưng khi “quay ” theo chiều kim đồng hồ hoặc ngược chiều kim đồng hồ, ta được một phân số mới vẫn bằng phân số cũ.
2. Tìm các số tự nhiên x và y, biết rằng:  và 
3. Tìm , biết rằng:  và 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**DẠNG 1. VIẾT CÁC PHÂN SỐ**

**Bài 1.**

a) b) c) d)

**Bài 2.**

a)  b) c) d)

**Bài 3.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Bài 4.**

a)   b)  c)  d)  .

**Bài 5.**

a) b)  ( vì mẫu ≠ 0)

**Bài 6.**

Với mỗi cặp hai số khác 0: -7 và 5; -7 và 9; 5 và 9 ta viết được hai phân số:

Với mỗi cặp gồm số 0 và một số khác 0, ta viết được một phân số:

Vậy tất cả viết được 9 phân số.

*Nhận xét:*

*-* Với mỗi cặp hai số nguyên khác 0 ta luôn viết được hai phân số, do đó trước tiên cần xác định tất cả các cặp số nguyên khác 0;

- Vì mẫu phải khác 0 nên khi ghép số 0 với một số nguyên khác 0 ta chỉ viết được một phân số với tử là 0.

**Bài 7.**

Có các phân số: 

**Bài 8.** Có 4 phân số: 

**Bài 9.**

Tử và mẫu của phân số phải là số nguyên nên trong các cách viết trên thì chỉ có  là phân số.

**Bài 10.**

Số học sinh nữ là 45 – 22 = 23 (học sinh)

Số học sinh nữ bằng  số học sinh nam.

**Bài 11.**

**** ;  ;

 **** có giá trị không là số nguyên.

**Bài 12.**

Với  thì .

Với  thì .

Với  thì  nên không tồn tại A.

*Nhận xét:*

Chú ý rằng phân số  tồn tại khi  và .

**Bài 13.**

a) Với mọi  thì  nên phân số  luôn tồn tại;

b)  thì 

 thì 

 thì 

**DẠNG 2: VIẾT CÁC SỐ NGUYÊN KẸP GIỮA HAI PHÂN SỐ (HAI SỐ)**

**Bài 14.**

a)  b) *c) *

**Bài 15.**

a)  b)  c)

**Bài 16.**

a)  b) 

**Bài 18.**

a)  nên  lớn nhất là 

b)  nên  lớn nhất là 

c)  nên  lớn nhất là 26.

**Bài 19.**

a)  nên  lớn nhất là  ;

b)  nên  lớn nhất là 

**Bài 20.**

a)  b) 

**DẠNG 3. TÌM ĐIỀU KIỆN THỎA MÃN PHÂN SỐ HOẶC ĐIỀU KIỆN ĐỂ PHÂN SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC**

**Bài 21.**

a) Để B là phân số thì 

b) Ta có: 

B là số nguyên nếu  tức là Ư

Vậy 

*Nhận xét:*

Câu b) có thể giải thích như sau:

B là số nguyên khi . Suy ra :

 do đó . Sau đó giải tiếp như trên.

**Bài 22.**

a)   Z khi và chỉ khi (k  Z). Vậy  (k  Z)

b)   Z khi và chỉ khi  (k  Z). Vậy  (k  Z)

**Bài 23.**

a)  Z khi và chỉ khi  là ước của 13.

Các ước của 13 là 1; -1; 13; -13

Suy ra:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 1 | -13 | 13 |
|  | 0 | 2 | -12 | 14 |

b)  =  Z khi và chỉ khi  là ước của 5.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 1 | -5 | 5 |
|  | 1 | 3 | -3 | 7 |

**Bài 24.**

 và  Do đó 

**Bài 25.**

Theo đề bài ta có:  hay 

Suy ra . Do đó 

. Suy ra .

Do đó 

Ta lại có  nên . Do đó 

Vậy 

*Nhận xét:*

Để tìm x và y ta đổi dấu cả tử và mẫu của phân số:



Sau đó, theo định nghĩa hai phân số bằng nhau từ  ta có 

Suy ra:



**Bài 26.**

a)  



b) 

**Bài 27.**

Vì  nên 

Ta lại có:  nên ta lập được bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**Bài 28.**

. Do  nên 

**Bài 29.**

a)  tối giản  nguyên tố cùng nhau.

Gọi d là ước nguyên tố của  và  . Ta có:



Có:  tận cùng bằng 2 n tận cùng là 1 hoặc 6

Vậy khi n là các số tự nhiên có tận cùng khác 1 hoặc 6 thì phân số đã cho tối giản.



Đ.a: 



Đ.a  =

**Bài 30.**

a)  ; 

b)   (k ; m ∈ N)

c) Các số tự nhiên từ 150 đến 170 có dạng  hoặc  là : 156; 165; 167

Với  thì  ; với  thì  ; với  thì 

**Bài 31.**

Để  là số nguyên tố ta phải có  và 

Suy ra  hay .

Do đó  Ư (vì 

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 3 | 7 | 21 |
|  | 3 | 4 | 6 | 13 |
| A | 11 | 4 | 2 | 1 |

Trong các giá trị trên của  chỉ có 11 và 2 là số nguyên tố. Vậy giá trị của  phải tìm để  là số nguyên tố là 

**Bài 32.**

Giả sử  và  đồng thời là các số tự nhiên.

Khi đó ta có  và  hay 

Suy ra  tức là 

Điều này vô lí vì  và .

Vậy không tồn tại số tự nhiên  nào thỏa mãn yêu cầu của đề bài

**DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN VỀ PHÂN SỐ BẰNG NHAU**

**Vận dụng** Hai phân số  và gọi là *bằng nhau*  nếu .

**Bài 33.**

a: Đáp án **C** b) Đáp án **D**.

**Bài 34.**

a) 2.4 = 1.8

Các cặp phân số bằng nhau : 

b) (-2).6 = 3.(-4)

Các cặp phân số bằng nhau : 

c) (-18.(-5) = 9.10

Các cặp phân số bằng nhau : 

**Bài 35.**

Các cặp phân số bằng nhau là :

 

**Bài 36.**

Ta có: 

Từ đó ta lập được 4 cặp phân số bằng nhau:

   

**Bài 37.**



**Bài 38.**

a)    

**Bài 39.**

a)  b)  c) 

d)  (loại) e)  và  f)  và 

**Bài 40.**

a)  b)  c) 

d)  e)  và  f)  và 

**Bài 41.**

a)  b) 

c)  d) 

**Bài 42.**

a)  và 

 

b)  và 



c)  và 



**Bài 43.**

a)    

b) 

Do đó:  ;  với  là số nguyên tùy ý khác 0

**Bài 44.**

a) 

b) 

**Bài 45.**

Giả sử tử số là  , Mẫu số là  . Phân số là 

Theo bài ra ta có 

Tử số là 15. Mẫu số là  . Phân số cần tìm là 

**Bài 46.**

a)  b) 

c)  d) 

**Bài 47.** Phân số cần tìm là 

**Bài 48.**

Ta có  suy ra  

Mặt khác từ  ta có  

Từ  và  suy ra:  Từ đó 

**Bài 49.**

Ta có  suy ra  hay

****

Từ đó suy ra 